Inspectoratul Școlar Județean Constanța

SIMULAREA EXAMENULUI DE BACALAUREAT
MATEMATICĂ -13 MARTIE 2013 -
Proba E.c.
Barem de corectare și notare

Varianta 1
M_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I

1. Se rezolvă inecuația $4x^2+3x-1\le 0$ și se determină $x\in\left[-1,\frac{1}{4}\right]$ **(3p)**

de unde se deduc soluțiile întregi $x=-1$ și $x=0$. **(2p)**

2. Știm că a,b,c sunt în progresie geometrică $\Leftrightarrow b^2=a\cdot c$. **(2p)**

Prin înlocuire se obține: $x^2-2013^2=(x-1)^2$ **(1p)**, iar soluția este: $x=\frac{2013^2+1}{2}$. **(2p)**

3. Notăm $10^x=y$, obținem $10y^2+100y-240=0\Rightarrow y^2+10y-24=0$ **(2p)**

Soluțiile $y_1=2,\ y_2=-12$ **(1p)**

Cum $10^x>0\Rightarrow 10^x=2\Rightarrow x=\lg 2$. **(2p)**

4. Numărul cazurilor favorabile este $2^5=32$ **(2p)**

Numărul cazurilor posibile este $C_5^2=10$ **(2p)**; avem $P=\frac{C_5^2}{2^5}=\frac{5}{16}$. **(1p)**

5. $\cos^2 x=1-\sin^2 x=\frac{9}{25}\Rightarrow|\cos x|=\frac{3}{5}$. **(2p)**

Din $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)\Rightarrow\cos x<0\Rightarrow\cos x=-\frac{3}{5}$. **(1p)**

$\sin 2x=2\sin x\cos x=-\frac{24}{25}$ **(2p)**

6. Cum $AB=\sqrt{(4-m)^2+(4-m)^2}$, **(2p)**

se obține $(4-m)^2=4$ **(1p)**; soluțiile $m_1=2$ și $m_2=6$. **(2p)**

SUBIECTUL II

1. a) $\Delta=\begin{vmatrix}a&1&1\\1&a&1\\1&1&a\end{vmatrix}=(a+2)(a-1)^2$; **(5p)**

b) $\Delta=0\Rightarrow(a+2)(a-1)^2=0\Rightarrow a\in\{-2,1\}$ **(5p)**

c) Pentru $a\in\mathbf{R}\setminus\{-2,1\}$, folosind regula lui Cramer, **(3p)** avem:

$\Delta x=\begin{vmatrix}1&1&1\\0&a&1\\-1&1&a\end{vmatrix}=(a+2)(a-1)\Rightarrow x=\frac{\Delta x}{\Delta}=\frac{1}{a-1}$ $\Delta y=\begin{vmatrix}a&1&1\\1&0&1\\1&-1&a\end{vmatrix}=0\Rightarrow y=\frac{\Delta y}{\Delta}=0$

$\Delta z=\begin{vmatrix}a&1&1\\1&a&0\\1&1&-1\end{vmatrix}=-(a+2)(a-1)\Rightarrow z=\frac{\Delta z}{\Delta}=-\frac{1}{a-1}$

Se observă că x,y,z formează o progresie aritmetica cu rația $r=-\frac{1}{a-1}$. **(1p)**

Dar $r=-\frac{2}{5}\Rightarrow a=\frac{7}{2}$ **(1p)**

2. a) Prin calcul direct, $(1-i)*i=i$. (5p)

b) Din comutativitate, rezultă $z*a=a*z\ \forall a,z\in\mathbf{C}$ (2p)

$z*a=a,\ \forall z\in\mathbf{C}\Leftrightarrow z(a+i)+ia-1-i=a,\ \forall z\in\mathbf{C}\Leftrightarrow\begin{cases}a+i=0\\ia-1-i=a\end{cases}$. (2p)

Aşadar $a=-i$ (1p)

Din b) rezultă: $z*(-i)=-i,\forall z\in C$ (3p)

c) $(2013-i)*(2012-i)*\ldots*(0-i)*\ldots*(2012+i)*(2013+i)=-i$ (2p)

SUBIECTUL III

1. a) $f'(x)=1-\dfrac{e^x}{e^x+1}=\dfrac{1}{e^x+1}$ (3p)

$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=f'(0)=\dfrac{1}{2}$; (2p)

b) $f''(x)=-\dfrac{e^x}{(e^x+1)^2}<0\Rightarrow f$ concavă pe $\mathbf{R}$. (5p)

c) Se aplică teorema lui Lagrange pe intervalul $[k,k+1]\Rightarrow\exists c\in(k,k+1)$ a.î. $f'(c)=f(k+1)-f(k)$. (3p)

$e^k+1<e^c+1<e^{k+1}+1$ (e^{x+1} este funcţie crescătoare)$\Rightarrow\dfrac{1}{e^{k+1}+1}<\dfrac{1}{e^c+1}<\dfrac{1}{e^k+1}$. (1p)

$\dfrac{1}{e^{k+1}+1}<f(k+1)-f(k)<\dfrac{1}{e^k+1},\ \forall k\geq0$ (1p)

2. a) $I_{n-1}-I_n=\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{x^{n-1}-x^n}{1-x}dx=\int_0^{\frac{1}{2}}x^{n-1}dx=\left.\frac{x^n}{n}\right|_0^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{n\cdot2^n},\ \forall n\geq1.$ (5p)

b) $I_0=\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{1}{1-x}dx=-\ln|1-x|\Big|_0^{\frac{1}{2}}=-\ln\frac{1}{2}=\ln2$ (3p)

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(I_{k-1}-I_k)=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k\cdot2^k}\Rightarrow I_0-I_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k\cdot2^k}\Rightarrow I_n=\ln2-\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k\cdot2^k}$ (2p)

c) $0\leq\dfrac{1}{1-x}\leq2,\ \forall x\in\left[0,\dfrac{1}{2}\right]\Rightarrow0\leq\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{x^n}{1-x}dx\leq\int_0^{\frac{1}{2}}2x^ndx=\frac{1}{(n+1)\cdot2^n}\to0\Rightarrow I_n\to0$ (4p)

din (b) rezultă concluzia. (1p)